HB p. 39 - Oefeningen

oef. 22 p. 39

a) $A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 10 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 21 \\ 42 & 34 \end{bmatrix}$

$B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 10 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 21 \\ 42 & 34 \end{bmatrix}$

} gelijk dus A en B commuteren inderdaad.

oef. 23 p. 39

$$\underbrace{\underset{(1\times 3)}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}} \cdot \underset{(3\times 2)}{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}}}_{(1\times 2)} \cdot \underset{(2\times 2)}{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}} = \underbrace{\underset{(1\times 2)}{\begin{bmatrix} 1 & 17 \end{bmatrix}} \underset{(2\times 2)}{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}}}_{(1\times 2)} = \begin{bmatrix} 35 & 50 \end{bmatrix}$$

oef. 24 p. 39

Klanten : $K = \underset{(2\times 1)}{\begin{bmatrix} 2100 \\ 1800 \end{bmatrix}} \begin{matrix} A \\ B \end{matrix}$ populatiematrix K

Eerste jaar :

$$\begin{array}{cc} & \text{van} \\ & \begin{matrix} A & & B \end{matrix} \\ \text{naar} & \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}9 \end{bmatrix} \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \end{array}$$

$\rightarrow$ migratiematrix M (2×2)

Tweede jaar

$$\begin{array}{cc} & \text{van} \\ & \begin{matrix} A & & B \end{matrix} \\ \text{naar} & \begin{bmatrix} 0{,}85 & 0{,}05 \\ 0{,}15 & 0{,}95 \end{bmatrix} \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \end{array}$$

$\rightarrow$ migratiematrix N (2×2)

a) Toestand na 1 jaar : $M \cdot K$ $\quad (2\times 2)(2\times 1) \rightarrow (2\times 1)$

Toestand na 2 jaar : $N \cdot M \cdot K$ $\quad (2\times 2)(2\times 1) \rightarrow (2\times 1)$

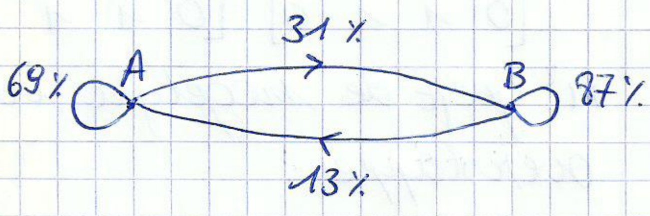
We berekenen $(N \cdot M) \cdot K$

$\rightarrow N \cdot M = \begin{bmatrix} 0{,}85 & 0{,}05 \\ 0{,}15 & 0{,}95 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}69 & 0{,}13 \\ 0{,}31 & 0{,}87 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow (N\cdot M)\cdot K = \begin{bmatrix}0,69 & 0,13\\ 0,31 & 0,87\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2100\\ 1800\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1683\\ 2217\end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{array}{cc} & \text{van} \\ & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \text{naar} \begin{array}{c} A \\ B \end{array} & \begin{bmatrix}0,69 & 0,13\\ 0,31 & 0,87\end{bmatrix}\end{array}$$



Oef. 25 p. 40

a)

$$\begin{array}{cc} & \text{van} \\ & \begin{array}{ccc} B & L & M \end{array} \\ \text{naar} \begin{array}{c} B \\ L \\ M \end{array} & \begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 3\\ 2 & 3 & 0\end{bmatrix}\end{array} = D$$

Direct-wegenmatrix

b) Er zijn $3\cdot 2 = 6$ tweestapswegen

c) Tweestapswegen : D^2

$$D^2 = \begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 3\\ 2 & 3 & 0\end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 3\\ 2 & 3 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 3\\ 2 & 3 & 0\end{bmatrix} = \begin{array}{cc} \text{van} & \\ \begin{array}{ccc} B & L & M \end{array} & \\ \begin{bmatrix}5 & 6 & 3\\ 6 & 10 & 2\\ 3 & 2 & 13\end{bmatrix} & \begin{array}{c} B \\ L \\ M \end{array} \text{naar}\end{array}$$

Op de plaats 31 (3^e rij, 1^e kolom) staat het getal 3:
Dit wil zeggen dat er 3 tweestapswegen van Britt naar Marie zijn.

d) $D^3 = \begin{bmatrix}12 & 14 & 28\\ 14 & 12 & 42\\ 28 & 42 & 12\end{bmatrix}$

Driestapswegen

Oef. 26 p. 40

$$\begin{array}{cc} & \text{van} \\ & \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \text{naar} \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \end{array} & \begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\end{array} = M$$

$$M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

M^2 geeft de mogelijke verbindingen met 1x overstappen.

<u>Oef. 31 p. 41</u>

b) ${}^tA \cdot ({}^tB \cdot C) \rightarrow (1 \times 3)[(3 \times \underline{\underline{1}})(\underline{\underline{3}} \times 2)] \rightarrow$ zinloos

c) ${}^t(A \cdot B) \cdot C = {}^tB \cdot {}^tA \cdot C \rightarrow (3 \times 1)(1 \times 3)(3 \times 2) \rightarrow$ zinvol

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24 & -24 \\ 12 & 12 \\ 18 & 18 \end{bmatrix}$$

f) $B \, {}^t({}^tC \cdot C) \cdot A = B \cdot {}^tC \cdot {}^t({}^tC) \cdot A = B \cdot C^t \cdot C \cdot A$

$\rightarrow (1 \times \underline{\underline{3}})(\underline{\underline{2}} \times 3)(3 \times \underline{\underline{2}})(\underline{\underline{3}} \times 1) \rightarrow$ zinloos

i) ${}^t(B \cdot C \cdot {}^tC) = {}^t({}^tC) \cdot {}^tC \cdot {}^tB = C \cdot {}^tC \cdot {}^tB$

$\rightarrow (3 \times 2)(2 \times 3)(3 \times 1) \rightarrow$ zinvol

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$