

Oefeningen Hfst 8: Normale verdeling

oef. 1 p. 182

oef. 1a, c, e; 3a, c; 5a, c; 8a, d, e; 10; 11; 12;
15; 19; 20; 22; 23 p. 182-184

$$a) P(-3 < X < 2) = \text{normalcdf}(-3; 2; 0; 1) \approx 0,9759$$

$$\text{of normalcdf}(-3, 2) \approx 0,9759$$

↳ deze 2 zijn voldoende want standaard normale verdeling

$$c) P(X < 1,25) = \text{normalcdf}(-10^{99}; 1,25; 0; 1) \approx 0,89435$$
$$= \text{normalcdf}(-10^{99}; 1,25) \approx 0,89435$$

$$e) P(X \geq 0,75) = \text{normalcdf}(0,75; 10^{99}) \approx 0,226627$$

oef. 3 p. 182

$$a) P(47 < X < 57) = \text{normalcdf}(47; 57; 51; 4) \approx 0,774538$$

$$c) P(X \geq 49) = \text{normalcdf}(49; 10^{99}; 51; 4) \approx 0,691462$$

oef. 5 p. 182

$$a) P(8 \leq X < 15) = \text{normalcdf}(8; 15; 10,5; 1,95)$$
$$\approx 0,88958$$

$$c) P(X \geq 12) = \text{normalcdf}(12; 10^{99}; 10,5; 1,95)$$
$$\approx 0,220878$$

oef. 8 p. 182

$$a) P(X < a) = 0,88$$

$$\rightarrow a = \text{InvNorm}(0,88) \approx 1,174987$$

$$e) P(1 \leq X \leq a) = 0,05$$

$$\rightarrow P(X \leq a) = P(X < 1) + P(1 \leq X \leq a)$$
$$= \text{normalcdf}(-10^{99}; 1) + 0,05$$
$$= 0,891345$$

$$\rightarrow a = \text{InvNorm}(0,891345) = 1,23371$$

Extra d) $P(0 \leq X < a) = 0,1$

$$\rightarrow P(X < a) = P(X < 0) + P(0 \leq X < a)$$
$$= \text{normalcdf}(-10^{99}; 0) + 0,1 = 0,6$$

$$\rightarrow a = \text{InvNorm}(0,6) \approx 0,253347$$

oef. 10 p. 182

$$a) P(130 < X < 140) = \text{normalcdf}(130; 140; 115; 13) \\ \approx 0,097047$$

$$b) P(X > 110) = \text{normalcdf}(110; 10^{99}; 100; 14) \\ = 0,237525$$

oef. 11 p. 182

$$a) P(X \geq 120) = \text{normalcdf}(120; 10^{99}; 100; 15) \\ \approx 0,091211 \approx 9,12\%$$

$$b) P(X \geq a) = 0,02$$

$$\rightarrow P(X < a) = 1 - P(X \geq a) = 1 - 0,02 = 0,98$$

$$\rightarrow a = \text{InvNorm}(0,98; 100; 15) \approx 130,806 \approx 131$$

oef. 12 p. 182

$$P(X < 800) = \text{normalcdf}(-10^{99}; 800; 1000; 120) \\ \approx 0,047790$$

oef. 15 p. 183

$$P(X < 98) = \text{normalcdf}(-10^{99}; 98; 100; 4) \approx 0,308538$$

oef. 19 p. 183

We gaan na wat de kans is dat een leerling slechter gepresteerd heeft dan Sofie.

*Voor Nederlands:

$$P(X < 80) = \text{normalcdf}(-10^{99}; 80; 71; 5) \approx 0,96407$$

*Voor wiskunde

$$P(X < 80) = \text{normalcdf}(-10^{99}; 80; 67; 8) \approx 0,947919$$

Er zijn voor Nederlands meer leerlingen die slechter gepresteerd hebben dan Sofie. Het beste resultaat van Sofie is dus Nederlands.

oef. 20 p. 183

* Met binomiale verdeling

$$\text{binomcdf}(80; \frac{1}{6}; 15) \approx 0,100658$$

$n; p; i$

* Met benadering door normale verdeling
verwachtingswaarde en standaardafwijking v.d.
binomiale verdeling:

$$\mu = np = 80 \cdot \frac{1}{6} = \frac{40}{3} \quad ; \quad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{80 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = \frac{10}{3}$$

De voorwaarden voor een benadering door een normale verdeling zijn vervuld:

$$n = 80 > 30 \quad ; \quad np = \frac{40}{3} > 5 \quad ; \quad nq = 80 \cdot \frac{5}{6} = \frac{200}{3} > 5$$

Dus: X is benaderend verdeeld volgens $N\left(\frac{40}{3}, \frac{10}{3}\right)$

$$P(14,5 < X < 15,5) = \text{normalcdf}(14,5; 15,5; \frac{40}{3}; \frac{10}{3}) \\ \approx 0,105323$$

oef. 22 p. 184

Voor de binomiale verdeling geldt:

$$\mu = np = 900 \cdot \frac{1}{6} = 150 \quad ; \quad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{900 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = 5\sqrt{5}$$

De voorwaarden voor een benadering door een normale verdeling zijn vervuld:

$$n = 900 > 30 \quad ; \quad np = 150 > 5 \quad ; \quad nq = 900 \cdot \frac{5}{6} = 750 > 5$$

Bigevolg: X is benaderend verdeeld volgens $N(\mu, \sigma)$

a) * Zonder benadering: $P(X < 130) = P(X \leq 129)$

$$= \text{binomcdf}(900; \frac{1}{6}; 129) \approx 0,031518$$

* Met benadering door normale verdeling $N(150; 5\sqrt{5})$:

$$P(X < 129,5) = \text{normalcdf}(-10^{99}; 129,5; 150; 5\sqrt{5}) \\ \approx 0,033358$$

b) * Zonder benadering: $P(X < 20) = P(X \leq 19)$

$$= \text{binomcdf}(900; \frac{1}{6}; 19) \approx 2,94 \cdot 10^{-46}$$

* Met benadering door normale verdeling $N(150; 5\sqrt{5})$

$$P(X < 19,5) = \text{normalcdf}(-10^{99}; 19,5; 150; 5\sqrt{5}) = 0$$

De benadering door normale verdeling faalt omdat de kans om minder dan 20 lessen te gooien zeer klein is.

oef. 23 p. 184

* Zonder benadering:

$$P(X > 35) = 1 - P(X \leq 35) = 1 - \text{binomcdf}(70; 0,37; 35) \\ \approx 0,009603$$

* Met benadering door normale verdeling:

Voor de binomiale verdeling geldt:

$$\mu = np = 70 \cdot 0,37 = 25,9 \quad ; \quad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{70 \cdot 0,37 \cdot 0,63} \\ \approx 4,04$$

Bijgevolg is X benaderend verdeeld volgens $N(25,9; 4,04)$

$$P(X \geq 35,5) = \text{normalcdf}(35,5; 10^{99}; 25,9; 4,04) \\ \approx 0,008745$$