Oefeningen

oef. 3 p. 40

Uit 5 oneven cijfers (1, 3, 5, 7, 9), moet je er 3 kiezen.
Verschillende cijfers → herhaling mag niet.
Volgorde is belangrijk
⇒ variatie

$V_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ GRM: 5 nPr 3

oef. 4 p. 40

Uit 7 (=n) kleuren, moet je er 3 (=p) kiezen.
Verschillende kleur → herhaling mag niet.
Volgorde is belangrijk
→ variatie

$V_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = 210$ GRM: 7 nPr 3

× oef. 5 p. 40

a) Kies uit 10 (=n) cijfers 5 (=p) cijfers.
Herhaling mag niet, volgorde is belangrijk

$V_{10}^5 = \frac{10!}{(10-5)!} = 30240$

Hierin zitten ook de getallen die beginnen met 0.
Hoeveel getallen beginnen met 0?
Redenering 1: één tiende vld getallen = 3024
Redenering 2: De getallen zien er als volgt uit: 0_ _ _ _,
maw je mag nog 4 (=p) cijfers kiezen uit 9 (=n) cijfers.

$V_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = 3024$

Antwoord: 30240 − 3024 = 27216

b) * Aantal getallen die met een 6 beginnen:

6 _ _ _ _

$V_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = 3024$

* Aantal getallen die 6 bevatten maar er niet mee beginnen (kan wel met 0 beginnen):

_ 6 _ _ _ of _ _ 6 _ _ of _ _ _ 6 _ of _ _ _ _ 6

$4 \cdot V_9^4 = 4 \cdot \frac{9!}{(9-4)!} = 4 \cdot 3024 = 12096$

* Aantal getallen die met 0 beginnen en 6 bevatten:

0 6 _ _ _ of 0 _ 6 _ _ of 0 _ _ 6 _ of 0 _ _ _ 6

$4 \cdot V_8^3 = 4 \cdot \frac{8!}{(8-3)!} = 4 \cdot 336 = 1344$

__Antwoord__: $V_9^4 + 4\,V_9^4 - 4V_8^3 = 5\,V_9^4 - 4\,V_8^3 = 3024 + 12096 - 1344$

of totaal # min # zonder 6 (en niet beginnen met 0) = 13776

27216 − 8·8·7·6·5 = 13776

c) * Aantal getallen die met 7 beginnen en 0 bevatten:

7 0 _ _ _ of 7 _ 0 _ _ of 7 _ _ 0 _ of 7 _ _ _ 0

$4 \cdot V_8^3 = 4 \cdot \frac{8!}{(8-3)!} = 4 \cdot 336 = 1344$

* Aantal getallen die 0 en 7 bevatten en niet met 7 of 0 beginnen:

Voor 0 zijn er 4 mog., voor het plaatsen v/d 7 blijven er dan nog 3 mog. over. Maw 0 en 7 kan je op 12 mogelijke manieren plaatsen:

$12 \cdot V_8^3 = 12 \frac{8!}{(8-3)!} = 12 \cdot 336 = 4032$

__Antwoord__: $4\,V_8^3 + 12\,V_8^3 = 16\,V_8^3 = 5376$

GRM: 16·(8 nPr 3) = 5376

oef. 7 p. 40

geen herhaling, volgorde is belangrijk, alle elementen ($n = 8$) doen mee

$\Rightarrow$ permutatie

$P_8 = 8! = 40\,320$

oef. 9 p. 41

geen herhaling, volgorde is belangrijk, alle elementen ($n = 4$) doen mee

$\Rightarrow$ permutatie

$P_4 = 4! = 24$

oef. 11 p. 41

a) je kan steeds hetzelfde paard als eerste kiezen. Er zijn dan nog slechts 11 paarden te permuteren.

$P_{11} = 11! = 39\,916\,800$

b) We permuteren 12 paarden:

$P_{12} = 12! = 479\,001\,600$

oef. 14 p. 41

a) geen herhaling, volgorde is belangrijk, alle elementen ($n = 6$) doen mee

$\rightarrow$ permutatie

$P_6 = 6! = 720$

b) geen herhaling, volgorde is belangrijk, alle overige elementen ($n = 5$) doen mee. A _ _ _ _ _

$\rightarrow$ permutatie

$P_5 = 5! = 120$

c) geen herh., volgorde belangrijk, alle overige ($n = 3$) elementen doen mee

$\Rightarrow$ Permutatie : $P_3 = 3! = 6$

d) Indien 5 koppels correct zijn, is het 6e automatisch ook correct. Dus exact 5 juiste koppels kan niet, dus 0.

oef. 17 p. 42

× a) geen herhaling, volgorde niet belangrijk
! Uit 8 elementen halen we er 2
⇒ combinatie

$$C_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!\,2!} = 28$$

b) We kiezen 2 spelers voor ploeg A : C_8^2
Uit de overige 6 kiezen we 2 spelers voor ploeg B : C_6^2
Nu is AB = BA zodat we nogmaals moeten delen door $P_2 = 2$
Antwoord : $\dfrac{C_8^2 \cdot C_6^2}{2!} = 210$ GRM : (8 nCr 2)·(6 nCr 2) / 2! = 210
$_8C_2 \cdot {}_6C_2$

oef. 18 p. 42   opgave : een salade met 3 verschillende ingrediënten
geen herhaling, volgorde niet belangrijk.
uit 6 elementen haal je er 3.
⇒ combinatie

$$C_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!\,3!} = 20$$ GRM : 6 nCr 3 = 20
$_6C_3$

oef. 21 p. 43

a) uit 4 azen er 3 trekken en uit de overige 48 kaarten nog 5 kaarten trekken.

$$C_4^3 \cdot C_{48}^5 = \frac{4!}{(4-3)!\,3!} \cdot \frac{48!}{(48-5)!\,5!} = 6\,849\,216$$ $_4C_3 \cdot {}_{48}C_5$

b) minstens 3 azen : dus 3 of 4 azen

$$C_4^3 \cdot C_{48}^5 + C_4^4 \cdot C_{48}^4 = 7\,043\,796$$

c) max. 3 azen dus of 1 aas of 2 azen of 3 azen of geen aas
OF : alle mogelijkheden − de mogelijkheid met juist 4 azen

$$C_{52}^8 - C_4^4 \cdot C_{48}^4 = 752\,343\,570$$

d) 2 azen uit de 4 azen én 2 heren uit 4 heren én 4 kaarten uit de overige 44 kaarten trekken.

$C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_{44}^4 = 4\,887\,036$

e) 2 azen uit 4 azen én 0 dames uit 4 dames en 6 kaarten uit de overige 44 kaarten trekken.

$C_4^2 \cdot \underbrace{(C_4^0)}_{1} \cdot C_{44}^6 = 42\,354\,312$

f) $\overset{1}{C_1^1} \cdot C_{13}^4 \cdot C_{38}^3 = 6\,031\,740$

g) Er zijn 26 rode kaarten (52 : 2) waarvan er 2 azen zijn dus 2 azen zijn zwart. Dus we trekken 8 kaarten uit deze 28 (= 26 + 2) kaarten en geen uit de overige 24 kaarten.

$C_{28}^8 \cdot C_{24}^0 = C_{28}^8 = 3\,108\,105$

↳ 3 azen die geen harten zijn

h) Hartenaas én 2 andere azen (uit 3) én 3 andere harten (uit 12) én nog 2 andere kaarten uit de overige 36 kaarten. OF hartenaas niet én 3 azen (uit 3) én 4 harten (uit 12) én nog 1 andere kaart (uit 36).

$C_1^1 \cdot C_3^2 \cdot C_{12}^3 \cdot C_{36}^2 + C_1^0 \cdot C_3^3 \cdot C_{12}^4 \cdot C_{36}^1 = 433\,620$

i) Hartenaas én 2 andere azen (uit 3) én 3 andere harten (uit 11, dame mag niet) én nog 2 andere kaarten (uit 33)

36 − 3 dame

OF hartenaas niet én 3 azen (uit 3) en 4 harten (uit 11) én nog 1 andere kaart (uit 33).

$C_1^1 \cdot C_3^2 \cdot C_{11}^3 \cdot C_{33}^2 + C_1^0 \cdot C_3^3 \cdot C_{11}^4 \cdot C_{33}^1 = 272\,250$

j) $C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2 = 1296$

k) Hartenaas én hartenheer én nog 1 aas (uit 3) én nog 1 heer (uit 3) én nog 2 harten (uit 11) en nog 2 kaarten (uit 33)

OF hartenaas wel, hartenheer niet én nog 1 aas (uit 3) én nog 2 heren (uit 3) en nog 3 harten (uit 11) en nog 1 kaart (uit 33)

OF: hartenaas niet, hartenheer wel én nog 2 azen (uit 3) en nog 1 heer (uit 3) én nog 3 harten (uit 11) en nog 1 andere kaart (uit 33)

OF: noch hartenaas, noch hartenheer en nog 2 azen (uit 3) en nog 2 heren (uit 3) en nog 4 harten (uit 11) en geen andere kaart (uit 3

$$C_1^1 \cdot C_1^1 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_{11}^2 \cdot C_{33}^2 + C_1^1 \cdot C_1^0 \cdot C_3^1 \cdot C_3^2 \cdot C_{11}^3 \cdot C_{33}^1 + C_1^0 \cdot C_1^1 \cdot C_3^2 \cdot C_3^1 \cdot C_{11}^3 \cdot C_{33}^1$$

$$+ C_1^0 \cdot C_1^0 \cdot C_3^2 \cdot C_3^2 \cdot C_{11}^4 \cdot C_{33}^0 = 362\,340$$

<u>oef. 24 p. 43</u>

a) Voor elk kledingstuk zijn er 2 mogelijkheden: ofwel uitstalraam A ofwel uitstalraam B, dus $2^6 = 64$ mog.

b) Uit de 6 kledingstukken nemen we er willek. 3 voor raam A: (de andere 3 zijn dan automatisch voor raam B):

$C_6^3 = 20$

c) In raam A: ofwel 2, 3 of 4 stuks:

$C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 = 15 + 20 + 15 = 50$

<u>oef. 28 p. 43</u>

a) geen herh., volgorde niet belangrijk $\Rightarrow$ combinatie:

$C_{12}^6 = 924$

b) De 2 zussen wel en nog 4 anderen of de 2 zussen niet en wel 6 anderen:

$C_2^2 \cdot C_{10}^4 + C_2^0 + C_{10}^6 = 210 + 210 = 420$

c) ofwel komt er 1 v/d 2 ruzie-vriendinnen ofwel geen:

* $C_2^1 \cdot C_{10}^5 + C_2^0 \cdot C_{10}^6 = 714$

ofwel zeg je: de ene vriendin komt wel, de andere niet en 5 anderen of de ene niet, de andere wel en nog 5 anderen of beiden niet en 6 anderen:

$C_1^1 \cdot C_1^0 \cdot C_{10}^5 + C_1^0 \cdot C_1^1 \cdot C_{10}^5 + C_1^0 \cdot C_1^0 \cdot C_{10}^6$

$= 252 + 252 + 210 = 714$