4.2.8 Oefeningen

oef. 1 p. 151

* Formuleren v/d hypothesen

$H_0 : \mu = 1800$

$H_1 : \mu < 1800$

Dit is een links eenzijdige toets v/h gemiddelde

* Toetsingsgrootheid

X = gemiddelde levensduur van 80 gloeilampen

$X \sim N(\mu = 1800 , \sigma = \frac{120}{\sqrt{80}} = 13,4)$

Methode 1: kritieke grens

Bepalen v/d linkergrenswaarde v/h aanvaardingsgebied bij $\alpha = 5\%$ Verwerp H_0 indien $\bar{x} < k$ met $k = \mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$P(X < g_l) = 0,05$

GRM: Invnorm $(0,05 ; 1800 ; 13,4)$ (α, μ, σ)
$= 1777,958961$

$\Rightarrow g_l \approx 1778$

Antw: $1750 < 1778 \rightarrow H_0$ wordt verworpen

Methode 2: P-waarde

Verwerp H_0 indien P-waarde $\leq \alpha$

GRM: 1: Z-toets

$\mu_0 = 1800$; $\sigma = 120$; $\bar{x} = 1750$; $n = 80$; $\mu < \mu_0$

$\rightarrow$ P-waarde : $9,7 \cdot 10^{-5} < 0,05$

Dus H_0 wordt verworpen (fabrikant heeft geen gelijk)

Methode 3: Betrouwbaarheidsinterval

Verwerp H_0 als μ_0 niet in het interval zit

GRM: 7: Z-interval (eenzijdig $\alpha = 5\% \rightarrow$ C-niveau $= 0,90$)

$\sigma = 120$; $\bar{x} = 1750$, $n = 80$, C-niv. : 0,90

Interval : $[1727,9 ; 1772,1]$

Antw: $1800 \notin [1727,9 ; 1772,1]$ dus H_0 verworpen.

Oef. 5 p. 152

* Formuleren v/d hypothesen

$H_0 : \mu = 240$

$H_1 : \mu \neq 240$

Dit is een tweezijdige toets v/h gemiddelde

* Toetsingsgrootheid

X = gemiddelde opbrengst van 16 plantjes

$X \sim N\left(\mu = 240 \; ; \; \sigma = \frac{60}{\sqrt{16}} = 15\right)$

Methode 1 : kritieke grens

Verwerp H_0 indien $\bar{x} < k_1$ of $\bar{x} > k_2$

met $k_1 = \mu_0 - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ en $k_2 = \mu_0 + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Bepalen v/d grenswaarde v/h aanvaardingsgebied bij $\alpha = 5\%$

$P(X > g_r) = 0{,}025$ GRM : Invnorm $(0{,}975 ; 240 ; 15)$
$1 - \frac{\alpha}{2} \; ; \; \mu \; ; \; \sigma$

$\Leftrightarrow P(X \leq g_r) = 0{,}975$ $= 269{,}399$

$\Leftrightarrow g_r \approx 269{,}4$ (g_l : Invnorm $(0{,}025 ; 240 ; 15)$ $= 210{,}6$)

Antw. : $260 < 269{,}4$ dus H_0 niet verwerpen.

De bemestingsmethode heeft niet echt overtuigende resultaten opgeleverd.

Methode 2 : P-waarde

Verwerp H_0 indien P-waarde $\leq \alpha$

GRM : 1 : Z-toets

$\mu_0 = 240 \; ; \; \sigma = 60 \; ; \; \bar{x} = 260 \; ; \; n = 16 \; ; \; \mu \neq \mu_0$

→ P-waarde : $0{,}18 > 0{,}05$

Dus H_0 wordt niet verworpen

Methode 3 : Betrouwbaarheidsinterval

Verwerp H_0 als μ_0 niet in het interval zit.

GRM : 7 : Z-interval

$\sigma = 60 \; ; \; \bar{x} = 260 \; ; \; n = 16 \; ; \; C\text{-niv} : 0{,}95$

- Antw.: $240 \in [230{,}6 ; 289{,}4]$ dus H_0 niet verwerpen.

oef. 13 p. 153

* Formuleren v/d hypothesen

$H_0 : p = 0{,}04$

$H_1 : p > 0{,}04$

Dit is een rechts eenzijdige toets van fracties

* Toetsingsgrootheid

X = aantal afgehaakte klanten

$X \sim B(n = 50 ; p = 0{,}04)$

Methode 1: kritieke grens

Verwerp H_0 indien $\hat{p} > k$ met $k = p_0 + z_\alpha \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$

X benaderen door de normale met gemiddelde

$\mu = np = 2$; $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = 1{,}4$

Bepalen v/d rechtergrenswaarde v/h aanvaardingsgebied bij $\alpha = 10\%$

$P(X > g_r) = 0{,}1$ GRM: Invnorm $\underset{(1-\alpha\ ;\ \mu\ ;\ \sigma)}{(0{,}9 ; 2 ; 1{,}4)}$

$\Leftrightarrow P(X \leq g_r) = 0{,}9$

$\Leftrightarrow g_r = 3{,}8$

Antw.: $4 > 3{,}8$ dus H_0 wordt verworpen.

Methode 2: P-waarde

Verwerp H_0 indien P-waarde $\leq \alpha$

GRM: 5: Z-toets 1-prop

$p_0 = 0{,}04$; $x = 4$; $n = 50$; $> p_0$

$\rightarrow$ P-waarde: $0{,}0745 < 0{,}1$ dus H_0 verwerpen

Oef. 15 p. 153

a) $P(X < 12,4)$

GRM: normalcdf $(-10^{99}; 12,4; 12,7; 0,2)$

$= 0,0668 \approx 6,7\%$

b) $\bar{X} \sim N(\mu = 12,7 ; \sigma = \frac{0,2}{\sqrt{16}} = 0,05)$

Bepalen v/d linkergrenswaarde bij een significantieniveau van 2%.

GRM: Invnorm $(0,02 ; 12,7 ; 0,05) = 12,597$

Antw: 12,597 ton.

(OF: GRM: 7: Z-interval

$\sigma = 0,2$; $\bar{x} = 12,7$; $n = 16$, c-niv: 0,96

$\rightarrow [12,597 ; 12,803]$ dus min. 12,597 ton.)

c) * Formuleren v/d hypothesen

$H_0: \mu = 13,1$

$H_1: \mu < 13,1$

* Toetsingsgrootheid

X = gemiddelde draagkracht van 25 balken

$X \sim N(\mu = 13,1 ; \sigma = \frac{0,2}{\sqrt{25}} = 0,04)$

Methode 1: kritische grens

- Bepalen v/d linkergrenswaarde v/h aanvaardingsgebied bij $\alpha = 5\%$.

$P(X < g_l) = 0,05$ GRM: Invnorm $(0,05 ; 13,1 ; 0,04)$

$\Leftrightarrow g_l = 13,034$

$13,01 < 13,034$ dus H_0 verwerpen

- Bepalen v/d linkergrenswaarde v/h aanvaardingsgebied bij $\alpha = 1\%$.

$P(X \leq g_l) = 0,01$ GRM: Invnorm(0,01 ; 13,1 ; 0,04)

$\Leftrightarrow g_l = 13,007$ $= 13,0069$

$13,01 > 13,007$ dus H_0 niet verwerpen

Methode 2 : P-waarde

GRM : 1 : Z-toets

$\mu_0 = 13,1$; $\sigma = 0,2$, $\bar{x} = 13,01$; $n = 25$; $\mu < \mu_0$

$\to$ P-waarde : 0,012

$0,012 < 0,05$ dus H_0 verwerpen bij 5 %

$0,012 > 0,01$ dus H_0 niet verwerpen bij 1 %

Methode 3: Betrouwbaarheidsinterval

GRM : 7 : Z-interval

- $\sigma = 0,2$; $\bar{x} = 13,01$; $n = 25$; C-niv. : 0,9 (5 %)

  $13,1 \notin [12,944 ; 13,076]$ dus H_0 verwerpen

- $\sigma = 0,2$; $\bar{x} = 13,01$; $n = 25$; C-niv. : 0,98 (1 %)

  $13,1 \in [12,917 ; 13,103]$ dus H_0 niet verwerpen