Oefeningen

Oef. 1 p. 198 NW $f(x)$, $\underset{+NW}{f'(x)}$, $\underset{+NW}{f''(x)}$ + limieten + tabel

3u b) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$

NW : $x = 0$ (GRM)

* $f'(x) = 3x^2 - 12x + 12 = 3(x^2 - 4x + 4) = 3(x-2)^2$

NW : $(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (2x)

* $f''(x) = 6x - 12$

NW : $6x - 12 = 0 \Leftrightarrow 6x = 12 \Leftrightarrow x = 2$

* Tabel : (eerst limieten berekenen !)

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	
$f''(x)$		−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$
		$\cap$	bgpt	$\cup$	

* limieten

$$\lim_{x \to +\infty} (x^3 - 6x^2 + 12x) = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} (x^3 - 6x^2 + 12x) = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$$

3u c) $f(x) = -x^3 + 3x$

NW : $-\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}$ (GRM)

* $f'(x) = -3x^2 + 3$

NW : $-3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$

* $f''(x) = -6x$

NW : $-6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

* limieten

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^3 + 3x) = \lim_{x \to +\infty} (-x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^3 + 3x) = \lim_{x \to -\infty} (-x^3) = +\infty$$

* Tabel:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$	
$f''(x)$		$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$
		$\cup$	min	$\cup$	bgpt	$\cap$	max.	$\cap$	

3u + 5u g) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

NW: $1 - \sqrt{3}$ $(= -0{,}732)$, 1 , $1 + \sqrt{3}$ $(= 2{,}732)$

* $f'(x) = 3x^2 - 6x$

NW: $3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$

* $f''(x) = 6x - 6$

NW: $6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

* limieten

$$\lim_{x \to +\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = \lim_{x \to +\infty} (x^3) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = \lim_{x \to -\infty} (x^3) = -\infty$$

* Tabel

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$
		$\cap$	max.	$\cap$	bgpt	$\cup$	min.	$\cup$	

oef. 2 p. 198

a) $f(x) = x^3 - 3x + 4$

NW: $-2{,}2$ (kommagetal)

* $f'(x) = 3x^2 - 3$

NW: $3(x^2-1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$

* $f''(x)$: $6x$

NW: $6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

* limieten

$\lim_{x \to +\infty} (x^3 - 3x + 4) = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} (x^3 - 3x + 4) = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$

* Tabel

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	−	−	0	+	
$f''(x)$		−	−	−	0	+	+	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	
		$\cap$	max.	$\cap$	buigpt	$\cup$	min.	$\cup$	

j) $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$

NW: $-(x^4 - 2x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow -(x^2-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow -(x^2-1)(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$

* $f'(x) = -4x^3 + 4x$

NW: $-4x(x^2-1) = 0 \Leftrightarrow -4x(x-1)(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1 \vee x = 1$

* $f''(x) = -12x^2 + 4$

NW: $-12x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \vee x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

* limieten

$\lim_{x \to +\infty} (-x^4 + 2x^2 - 1) = \lim_{x \to +\infty} (-x^4) = -\infty$

$\lim_{x \to -\infty} (-x^4 + 2x^2 - 1) = \lim_{x \to -\infty} (-x^4) = -\infty$

* Tabel

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$	
$f''(x)$		$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{4}{9}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$-\frac{4}{9}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$
		$\cap$	max.	$\cap$	lgpt	$\cup$	min.	$\cup$	lgpt	$\cap$	max.	$\cap$	

5u <u>oef. 3 p. 198</u>

j) $f(x) = \dfrac{3x+6}{(x+3)^2} = \dfrac{3x+6}{x^2+6x+9}$

* $f'(x) = \dfrac{D(3x+6)\cdot(x+3)^2 - (3x+6)\cdot D(x+3)^2}{(x+3)^4}$

$= \dfrac{3\cdot(x+3)^{\cancel{2}} - (3x+6)\cdot 2\cancel{(x+3)}\cdot 1}{(x+3)^{\cancel{4}3}}$

$= \dfrac{3(x+3) - 2(3x+6)}{(x+3)^3} = \dfrac{3x+9-6x-12}{(x+3)^3}$

$= \dfrac{-3x-3}{(x+3)^3} = \dfrac{-3(x+1)}{(x+3)^3}$

NW : $x = -1$

polen : $x = -3$ (3x)

* $f''(x) = \dfrac{D(-3x-3)(x+3)^3 - (-3x-3)\cdot D(x+3)^3}{(x+3)^6}$

$= \dfrac{-3(x+3)^{\cancel{3}} - (-3x-3)\cdot 3\cancel{(x+3)}^2\cdot 1}{(x+3)^{\cancel{6}4}}$

$= \dfrac{-3(x+3)+9x+9}{(x+3)^4} = \dfrac{-3x\cancel{-9}+9x\cancel{+9}}{(x+3)^4}$

$= \dfrac{6x}{(x+3)^4}$ NW : $x = 0$
pool : $x = -3$ (4x)

gr T < gr N

* Asymptoten : V.A. : $x = -3$; H.A. : $y = 0$

* geen symmetrieën

*Tabel

x	$-\infty$		-3		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	|	$+$	0	$-$	$-$	$-$	
$f''(x)$		$-$	|	$-$	$-$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	|	$\nearrow$	$0{,}75$	$\searrow$	$\frac{2}{3}$	$\searrow$	0
		$\cap$	V.A.	$\cap$	max.	$\cap$	bgpt	$\cup$	

* $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{3x+6}{(x+3)^2} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{3x}{x^2} = 3 \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$

<u>oef. 4 p. 199</u>

c → a en b kunnen niet want functie begint dalend

→ -1 is buigpunt, $-\sqrt{3}$ min, $\sqrt{3}$ min

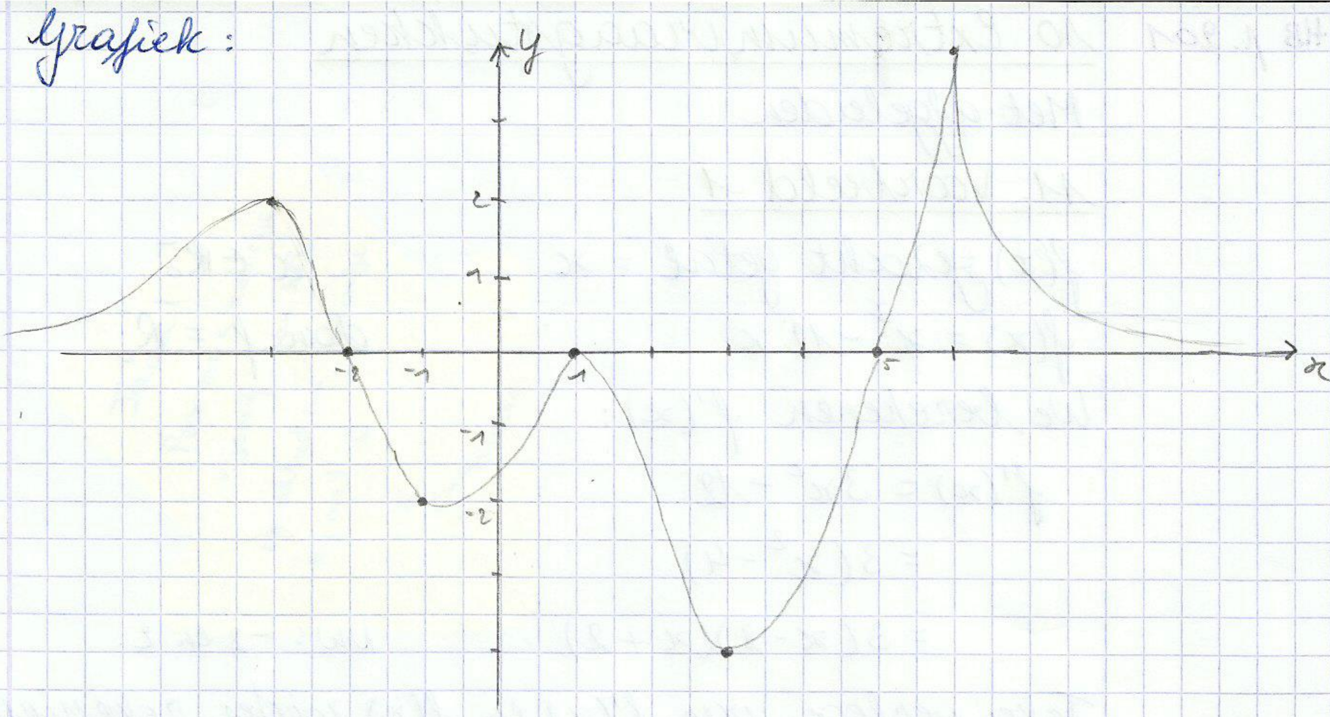
→ afgeleide is 0 bij $\pm\sqrt{3}$ en 0 dus daar is helling/rico 0 dus is raaklijn daar // x-as. ($\neq$ het geval bij d)

5u <u>oef. 6 p. 199</u>

x	$-\infty$		-3		-1		1		3		6		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	0
			max.		min		max.		min		max.		

- $f(3) = -4$ volgt uit $f = [-4, 4]$ — -4 moet wel ergens min zijn en dit is de enige lege plek nog
- gegeven zijn ook de punten: $(-2,0)$ en $(5,0)$
- $(6,4)$ is een speciaal punt. Het getal 6 behoort tot dom f, maar het afgeleid getal in 6 bestaat niet: daaruit volgt dat de raaklijn in dat punt verticaal is.

Grafiek:



5u <u>oef. 7 p. 200</u>

x		-7		-5		-3		-2		0		3		7	
$f(x)$	////	|	↗	0	↘	-2	↘	-3	↗	0	↗	3	↘	|	///
		V.A.	∩	max.	∩	bgpt	∪	min.	∪	bgpt	∩	max	∩	V.A.	

Extra punt : $(6,0)$

Grafiek: